Обзорная статья / Review article
УДК 577.4 574.9
DOI: 10.18470/1992-1098-2022-4-206-211

Применение логико-математических методов для анализа экологической информации

Лейла Ш. Ахмедова, Асият А. Магомедова, Раисат Т. Раджабова
ФГБОУ «Дагестанский государственный университет», Махачкала, Россия

Контактное лицо
Лейла Ш. Ахмедова, кандидат биологических наук, доцент, кафедра рекреационной географии и устойчивого развития, Дагестанский государственный университет; 367000 Россия, г. Махачкала, ул. Дахадаева, 21.
Тел. +79154706260
Email geoleyla@mail.ru
ORCID https://orcid.org/0000-0003-1347-1429

Формат цитирования
Ахмедова Л.Ш., Магомедова А.А., Раджабова Р.Т. Применение логико-математических методов для анализа экологической информации // Юг России: экология, развитие. 2022. Т.17, N 4. C. 206-211. DOI: 10.18470/1992-1098-2022-4-206-211

Получена 22 июля 2022 г.
Прошла рецензирование 24 августа 2022 г.
Принята 20 сентября 2022 г.

Резюме
Цель. Оценка возможностей математической логики и логико-математических методов в описании сложных природных систем простыми и ясными конструкциями, так как выступает в качестве языка, особых методов исследования, источника представлений и концепций в естествознании.
Обсуждение. В статье рассматриваются возможности и преимущества логико-математических методов при анализе естественнонаучной информации, и, в частности, экологических данных, дается сравнительный обзор логических и математических конструкций в становлении научного мышления. Приведен наиболее общий список математических и логических символов для формализированной записи сложных экологических систем, приводятся примеры использования логико-математических формул в виде формально-импликативных высказываний при краткой записи естественнонаучной информации.
Заключение. Проведенное исследование не убеждают в однозначных преимуществах применения символики математической логики перед словесным изложением. Однако, так как экология имеет дело с описанием архисложных систем, включающим операции формализованной постановки задачи, формализованного структурирования экосистем, группировки экосистем по мерам их сходства–различия или включения–пересечения, классификационного отнесения выделенных экосистем к одной из заданных групп, следовательно, необходимость широкого применения логико-математических исследований неоспоримо.

Ключевые слова
Математическая логика, формализированные конструкции, моделирование, математические символы.

Application of logical and mathematical methods for the analysis of environmental information

Leyla Sh. Akhmedova, Asiyat A. Magomedova and Raisat T. Radjabova
Dagestan State University, Makhachkala, Russia

Principal contact
Leila Sh. Akhmedova, Candidate of Biological Sciences, Associate Professor, Department of Recreational Geography and Sustainable Development, Dagestan State University; 21 Dakhadaeva St, Makhachkala, Russia 367000.
Tel. +79154706260
Email geoleyla@mail.ru
ORCID https://orcid.org/0000-0003-1347-1429

How to cite this article
Akhmedova L.Sh., Magomedova A.A., Radjabova R.T. Application of logical and mathematical methods for the analysis of environmental information. *South of Russia: ecology, development.* 2022, vol. 17, no. 4, pp. 206-211. (In Russian) DOI: 10.18470/1992-1098-2022-4-206-211

Received 22 July 2022
Revised 24 August 2022
Accepted 20 September 2022

Abstract
Aim. Evaluation of the possibilities of mathematical logic and logical-mathematical methods in the description of complex natural systems in simple and clear constructions, as they act as a language, special research methods, a source of ideas and concepts in natural science.
Discussion. The article discusses the possibilities and advantages of logical and mathematical methods in the analysis of natural science information, and, in particular, environmental data. It gives a comparative overview of logical and mathematical constructions in the formation of scientific thinking. The list of the most common mathematical and logical symbols for the formalised recording of complex ecological systems is provided, together with examples of the use of logical and mathematical formulas as formal and implicative statements in the brief recording of natural science information.
Conclusion. The research conducted does not convincingly indicate unambiguous advantages of using the symbols of mathematical logic rather than verbal presentation. However, since ecology deals with the description of arch-complex systems, including operations of formalised problem statement, the formalised structuring of ecosystems, the grouping of ecosystems according to measures of their similarity-difference or inclusion–intersection, and the classification of selected ecosystems in a certain specified group, the need for widespread application of logical and mathematical research is indisputable.

Key Words
Mathematical logic, formalized constructions, modeling, mathematical symbols.

ВВЕДЕНИЕ

В основе любой научной дисциплины и науки в целом лежат *логика* и *эксперимент* (в экологии это полевые наблюдения и описания, эксперименты в измененных экосистемах и моделирование в самом широком смысле).

Логика исследует законы и формы высказывания и мышления в понятиях, суждениях и умозаключениях, а в эксперименте проверяется соответствие рабочей гипотезы собранным научным фактам по известным процедурам и правилам стратегии проверки гипотез [1; 2].

С античных времен (Аристотель, IV в. до н.э.) в логике сложилось направление, получившее наименование формальной, состоящей из двух наук: традиционной логики и математической логики.

Традиционная логика представляет собой учение о законах, правилах и принципах выводного знания, т.е. знания, получаемого из ранее установленных и проверенных опытом истин в результате применения законов и правил мышления.

Общеизвестно, что математические абстракции удобны при сравнительном анализе сразу нескольких предметов и объектов, что делает их незаменимыми при проведении как экологических и в общем естественнонаучных исследований. Д. Пойа [3] объяснил это свойством математики умением "наводить мосты над пропастью". Следовательно, математика способна выделить нечто общее в частном, переносить свои структуры на соседние, близкие и далекие, регионы природы. В то же время, она лишает мир многообразия, как писал математик И. Шафаревич [4]: «Мы имеем, скажем, яблоко, цветок, кошку, дом, солдата, студента, луну. Можно сосчитать и объявить, что их 7. Но 7 чего? Единственный ответ: "7 предметов". Различия между солдатом, луной, яблоком и т.д. исчезают. Они все потеряли свою индивидуальность и превратились в лишенные признаков "предметы"». Следовательно, простое механическое математическое перечисление свойств лишает объект природы индивидуальности, обезличивает его.

Использование языка математики при описании природного объекта, показывает только одну его характеристику и, отслеживая его вариации, выводит общую закономерность, все остальные характеристики при этом отбрасываются, так как мешают проводимому исследованию. Именно поэтому математические абстракции высокого уровня так удобны в исследованиях, но при этом мало информативны для небольших объектов.

Одновременно, вместе с абстрагированием необходимо использовать и математическое обобщение, которое развивалось вне связи с практическими применениями, а просто для достижения логической гармонии, и оказались очень удобным инструментом для осуществления целей построения логических конструкций и выводов, что, в конце концов, привело к выработке особого логико-математического языка для описания абстракций и построения моделей высокого уровня.

Используя логико-математические методы исследования, науки о Земле должны учитывать и ограниченные возможности математики, так как сама по себе математическая обработка содержания, его перевод на язык количественных описаний не дает простого механического прироста информации, а лишь визуализирует ее [5].

ОБСУЖДЕНИЕ

Математическая логика, основы которой были заложены еще в XVII в. Г. Лейбницем, представляет собой вторую и более высокую ступень развития формальной логики, применяющая математико-логические методы и специальный аппарат символов для исследования мышления с помощью исчислений, т.е. формализованных языков.

Для обозначения различных форм отношений и взаимосвязи высказываний математическая логика использует систему знаков (символов), с помощью которых лаконично, наглядно и однозначно можно выразить любую мысль, в которой что-либо утверждается или опровергается. Платой за эти преимущества является потеря формализованным языком красочности и образности живого языка, выражаемых обычно прилагательными (не случайно говорят: прилагательное – украшение языка, а глагол – самая сильная часть речи).

Для тех, кто сомневается в преимуществах формализованного языка предлагаем решить уравнение из школьного курса $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ и перевести его на обычный словесный язык, что будет звучать следующим образом: «квадрат суммы двух чисел равен квадрату первого числа, плюс удвоенное произведение первого числа на второе и плюс квадрат второго числа». А если кто еще сомневается в преимуществах употребления символов, предлагаем перемножить две трехзначные цифры и выразить словесно последовательность и содержание всех выполняемых операций.

Поскольку экология имеет дело с формализованными модельными конструкциями (экосистемы), оперирует со множествами (элементы системы), в экологической литературе широко применяется система знаков (символов) математической логики для обозначения различных форм отношений, взаимодействий и высказываний, заменяющих слова и целые тексты живого языка [6]. Поэтому для освоения содержания современных учебников и публикаций в периодической печати по экологии необходимо знать и уметь пользоваться символикой математической логики.

В таблице 1 приводится список наиболее часто употребляемых в экологической литературе символов математической логики.

В первом столбце даются символы, которыми условно обозначаются различные логические операции с высказываниями, во втором – названия этих логических операций, в третьем – типичные примеры символической записи операций и, наконец, в четвертом столбце указывается, как читается в обычном языке соответствующая символическая запись.

Как видно из таблицы, в математической логике используют два основных вида символов. Одни из них (А, В, М...) обозначают высказывания, т.е. мысли об истинности или ложности, выраженные в повествовательных предложениях естественного языка (истинно, ложно, вероятно, возможно...). Другие значки (^, ˅, ⊃...) обозначают характер логических операций, выполняемых с высказываниями: А˅В (А или В), А^В (А и В), А⊃В (если А, то В) и др. Отсюда видно, что все эти символы не просто формальны по записи, а связаны с определенным содержанием, т.е. буквенные обозначения алфавита заменяются словами и словосочетаниями наподобие иероглифов.

Таблица 1. Основные символы математической логики
Table 1. Basic symbols of mathematical logic

Символ Symbol	**Название** Title	**Пример записи** Example of a record	**Читается** Read
^	конъюнкция / conjunction	A^ B	А и B / A and B
v	дизъюнкция, логическое «или» disjunction, logical "or"	AvB	А или B A or B
→; ⊃	импликация, логическое следование, «влечет» implication, logical following, "entails"	A → B; A⊃B	если А, то B; if A, then B; А влечет В; A attracts B; из А следует В from A follows to B
⊂	обратная импликация reverse implication	A ⊂ B	А, если В; / A if B; А включается в В A is included in B
⊆	включение inclusion	A⊆ B	А есть часть В A is a part B
⊄	отрицание negation	A⊄B	А не есть часть В A is not part B
↓	отрицание negation	A ↓ B	ни А, ни В neither A nor B
‾	отрицание negation	$\bar{A}$	не - А, неверно, что А nah, it's not true that A
∈	принадлежность belonging	**x∈M**	Элемент *x* принадлежит (присущ) множеству М The element *x* belongs to (inherent in) the set M
∉	непринадлежность non-belonging	x∉M	Элемент ***x*** не принадлежит множеству М The element *x* does not belong to the set M
∀	квантор общности quantifier of generality	∀ *x*	для всякого ***x***... for every *x* ...
∃	квантор существования quantifier of existence	∃ **x**	существует такой ***x***, что... there is such an *x* that...
{ }	множество set	$M=\{a_1, a_2 ...\}$	множество М, состоящее из элементов a_1, a_2... the set M, consisting of elements a_1, a_2...
{|....}	множество set	{ x| ... y...}	множество всех таких элементов ***x***, для кото-рых выполняется условие...***y...*** the set of all such elements *x* for which the condition ...*y* is satisfied...
[ ]	замыкание множества closure of set	[M]	замыкание множества closure of a set
∅	пустое множество / empty set	M =∅	пусто / empty
∩	пересечение intersection	A ∩ B	А пересекает В A intersects B
∪	объединение union	A ∪ B	А объединяется с В A is combined with B
f:	отображение mapping	f:M →L	отображение множества М в множество L mapping the set M to the set L
m ( )	количество элементов number of elements	m (A)	количество элементов множества А the number of elements of the set A
A	отношение relation	xAy	***x*** находится в отношении А с ***y*** *x* is in relation to A with *y*
≡	эквивалентность equivalence	A ≡ B	***А*** тогда и только тогда, когда В ***A*** And if and only if In B
÷	предела знак / limit	A÷B	от А до В / from A to B
Σ	суммирования оператор summation sign operator	$\sum_{i=1}^{4} a_i$	сумма от i = 1 до i = 4 числа a the sum from i=1 to i=4 numbers a
n!	факториал factorial	5!	5! = 1·2·3·4·5 = 120
|	делимости знак divisibility sign	A |B	А делит В; В делится на А A divides B; B is divided by A

В качестве примера рассмотрим следующую запись в символах математической логики, в которой два суждения объединяются в одно (импликативное высказывание) с помощью союза «если... то...»: $\forall x(A(x) \supset B(x))$,

где $\forall$ – квантор общности, заменяющий слово «все» или «всякий»;

x – предметная переменная, т.е. символ, которым обозначен предмет;

$\supset$ – знак импликации, т.е. символ, заменяющий выражение «если..., то...»;

А и В – какие-либо конкретно взятые признаки или свойства предмета.

В переводе на естественный язык приведенная формула читается следующим образом: «Для всякого x, если x имеет признак А, то он имеет и признак В».

Рассмотрим несколько примеров прочтения выше приведенной формулы в виде формально-импликативных высказываний и фактически истинных предложений.

Пример 1. Высказывание «твердость алмаза равна 10 по шкале Мооса» трансформируется следующим образом: «Для всякого x, если x – алмаз, то x твердость, равная 10 по шкале Мооса».

Пример 2. Аналогично этому высказывание «Насекомые имеют 3 пары членистых ног» читается так: «Для всякого x, если x – насекомое, то x – членистые ноги числом 3 пары».

Приведенная формула позволяет фиксировать в лаконичной форме и более сложные высказывания и взаимозависимости суждений, умозаключений и понятий (записи законов, принципов и правил).

Пример 3. «Для всякого x, если x – горизонтальная последовательность типов фаций осадочных пород, то x одновременно и вертикальная последовательность фаций осадочных пород в том же месте единого бассейна седиментации» (закон корреляции фаций Вальтера-Головкинского в геологии).

Пример 4. Экологическое правило 10% пирамиды энергии Линдемана можно прочесть так: «Для всякого x, если x – экологическая пирамида питания, то x означает 10% заключенной в пище энергии, передаваемой на каждый последующий трофический уровень» [7].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разумеется, все вышеизложенное, а также приведенные примеры не убеждают в однозначных преимуществах применения символики математической логики перед словесным изложением. Однако современная экология имеет дело с описанием архисложных систем, включающим операции формализованной постановки задачи, формализованного структурирования экосистем, группировки экосистем по мерам их сходства-различия или включения–пересечения, классификационного отнесения выделенных экосистем к одной из заданных групп, имитационного моделирования и прогнозирования перестройки или развития экосистем под влиянием различных факторов и т.д.

Для примера сошлемся на следующую формулировку сложного высказывания: «Системой Y(t), функционирующей в окружающей среде $V(t) = \{S_1(t),..., S_R(t)\}$», называется объект $Y(t) = Y(V(t), X(t), \Sigma(t), F)$, образованный элементами множества $X(t) = \{X_1(t),..., X_n(t)\}$, которые связаны между собой и с окружающей средой определенными связями (отношениями) [8; 9]. Совокупность связей образует структуру $\Sigma(t) = \{\sigma (t),..., \sigma 1(t)\}$. И состав X(t) и структура Σ(t) изменяются во времени в соответствии с функцией F» [10].

Для словесной характеристики этой лаконичной формулировки понятия «система» нам бы понадобился многостраничный текст, при том нет уверенности, что словесный текст был всеми воспринят однозначно (формулировок понятия «система» в настоящее время существует огромное множество), чего не скажешь по вышеприведенной формулировке, так как математическая запись исключает двоякое толкование.

Перспективность применения логико-математических методов анализа экологических данных становится особенно очевидной, если учесть массированное внедрение в исследовательские процедуры компьютерных технологий переработки информации, а формализация данных – первый и обязательный шаг к этому.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Баженов Л.Б. Современная научная гипотеза. В кн.: Материалистическая диалектика и методы естествознания. М.: Наука, 1968, с. 294-321.
2. Гасанов Ш.Ш. Синтез криолитологического знания. М.: Наука, 1984, 89 с.
3. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. 2-е изд., М., 1975.
4. Шафаревич И.Р., Боревич З.И. Теория чисел. 3-е изд., М.: Наука, 1985.
5. Комиссаров, М. Л., Комкова Н. П.. Роль математики в нашей жизни // Юный ученый. 2020. N 2 (32). С. 35-38.
6. Сергеев Ю.Н. Моделирование экологических систем /Основы геоэкологии. Изд. СПбГУ, 1994, с.297-349.
7. Ахмедова Л.Ш., Гасанов Ш.Ш. Биологическое разнообразие и устойчивость экосистем: измерение, оценка, интерпретация. Махачкала: издательско-типографский участок ИПЭ РД «Эко-пресс», 2015, 352с.
8. Дмитриев В.В. Прикладная экология в системе высшего географического и экологического образования / Вопросы прикладной экологии. Сборник научных трудов РГГМУ, СПб, РГГМУ, 2002, с.90-96.
9. Дмитриев В.В. Методические указания по дисциплине «Системная экология» для высших учебных заведений. - СПб.: РГГМУ, 2010. 39 с.
10. Федоров В.Д., Гельманов Т.Г. Экология. Изд-во МГУ, 1980, 464с.

REFERENCES

1. Bazhenov L.B. *Sovremennay nauchnay gipoteza* [Modern scientific hypothesis]. In: Materialistic Dialectics and methods of Natural science. Moscow, Nauka Publ., 1968, pp. 294–321.
2. Hasanov Sh.Sh. *Sintez kriolitologicheskogo znaniy* [Synthesis of cryolithological knowledge]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 89 p.
3. Poya D. Matematika I pravdopodobnie rassuzhdeniy [Mathematics and plausible reasoning]. 2nd ed., Moscow, 1975.
4. Shafarevich I.R., Borevich Z.I. *Teoriy chisel* [Number theory]. 3rd ed., Moscow, Nauka Publ., 1985.
5. Komissarov M.L., Komkova N.P. The role of mathematics in our life. *Uniy ucheniy* [Young Scientist]. 2020. N 2 (32). pp. 35–38.
6. Sergeev Yu.N. Modeling of ecological systems. *Osnovi geoekologii* [Fundamentals of geoecology]. St. Petersburg State University Publ., 1994, pp. 297–349.
7. Akhmedova L.Sh., Hasanov Sh.Sh. *Biologicheskoe raznoobrazie I ustoychivost ekosistem: izmerenie, osenka, interpretasiy* [Biological diversity and ecosystem sustainability: measurement, assessment, interpretation]. Makhchkala: publishing and printing site of IPE RD "Eco-press", 2015, 352 p.

8. Dmitriev V.V. Applied ecology in the system of higher geographical and environmental education. *Voprosi prikladnoy ekologii* [Questions of applied ecology]. Collection of scientific works of RGGMU, St. Petersburg, RGGMU, 2002, pp. 90–96.
9. Dmitriev V.V. *Metodicheskie ukazaniy po discipline "Sistemnay ekologiy" dly visshih uchebnih zavedeniy* [Methodological guidelines on the discipline "System ecology" for higher educational institutions]. St. Petersburg: RGGMU, 2010. 39 p.
10. Fedorov V.D., Gelmanov T.G. *Ekologiy* [Ecology]. MSU Publ., 1980, 464 p.

КРИТЕРИИ АВТОРСТВА

Лейла Ш. Ахмедова собрала фактический материал, проанализировала данные и написала рукопись. Асият А. Магомедова составила данные часто употребляемых в экологической литературе символов математической логики, проанализировала данные, написала рукопись. Раисат Т. Раджабова составила данные часто употребляемых в экологической литературе символов математической логики. Все авторы в равной степени несут ответственность при обнаружении плагиата, самоплагиата или других неэтических проблем.

AUTHOR CONTRIBUTIONS

Leyla Sh. Akhmedova collected factual material, analysed the data and wrote the manuscript. Asiyat A. Magomedova compiled data on symbols of mathematical logic often used in environmental literature, analysed the data and wrote the manuscript. Raisat T. Radjabova compiled data on symbols of mathematical logic often used in environmental literature. All authors are equally responsible for the plagiarism, self-plagiarism or other ethical transgressions.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

NO CONFLICT OF INTEREST DECLARATION

The authors declare no conflict of interest.

ORCID

Лейла Ш. Ахмедова / Leyla Sh. Akhmedova https://orcid.org/0000-0003-1347-1429
Асият А. Магомедова / Asiyat A. Magomedova https://orcid.org/0000-0003-0496-3691
Раисат Т. Раджабова / Raisat T. Radjabova https://orcid.org/0000-0002-3729-9224